

Winkelfunktionen

- Aufgabe W1: Wo können Sie im Einheitskreis die Sinus, Cosinus und Tangens finden? Stellen Sie die Größen graphisch dar und beschreiben Sie, wie man Sinus, Cosinus, Tangens und Cotangens durch Ankathete, Gegenkathete und Hypotenuse ausdrücken kann
- Aufgabe W2: Sie hängen zwischen zwei Wänden, die 5 m voneinander entfernt sind, auf gleicher Höhe ein 6 m langes Seil auf. Mittig daran hängen Sie eine Lampe. Wieweit baumelt die Lampe unterhalb der Befestigungspunkten?
- Aufgabe W3: Clark, Bruce und Peter Parker stehen rum. Bruce steht 3 m von Peter entfernt. Clark steht 5 m von Peter entfernt. Clark sieht Peter und Bruce in einem Winkel von $36,87^\circ$ auseinander stehen. Wieweit steht Clark von Peter entfernt? (Hinweis: Malen Sie sich den Sachverhalt auf, berechnen Sie dann den Winkel, unter dem Bruce Peter und Clark sieht und erinnern Sie sich an $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$)
- Aufgabe W4: Sie stehen auf einem Fussballfeld (68 m x 105 m) mitten im Tor auf der Torlinie und wollen mit dem neu entwickelten Betäubungsball Ihren Dozenten abschießen, der an der rechten Ecke auf der gegenüberliegenden Seite steht. Wie weit und unter welchem Winkel zur Torlinie müssen Sie schießen?
- Aufgabe W5: Heiner steht von Klaus 7 Meter entfernt, Klaus von Gunnar 3 Meter und Gunnar von Heiner 4 Meter. Wie sind die Winkel zueinander?

Komplexe Zahlen

- Aufgabe K1: Gegeben sind die Zahlen $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 4 - 3i$, $z_3 = 1 - i$. Berechnen Sie:
- a) $z_1 + z_2$ b) $z_1 - z_2$ c) $z_1 \times z_2$ d) $z_3 \div z_2$
- e) Welchen Winkel und welchen Betrag haben die drei Zahlen?
- f) Berechnen Sie $(z_3)^{10}$ über Polarkoordinaten.
- Aufgabe K2: Beschreiben Sie anschaulich für komplexe Zahlen
- a) Das Ergebnis der Multiplikation
- b) das Ergebnis der Potenzierung
- Aufgabe K3: Zeigen Sie für $z \in \mathbb{C}$: $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

Folgen und Reihen

- Aufgabe F 1: Beschreiben Sie in Worten, was eine Folge ist.
- Aufgabe F2: Eine Folge hat die ersten Glieder 0,2,6,12,20,30,42.. Wie lauten die nächsten 3 Glieder?

Aufgabe F3: Die Definition des Grenzwertes einer Folge ist:

Eine Zahl $a \in \mathbb{R}$ ist dann der Grenzwert einer Folge a_n , wenn es zu jedem $\varepsilon > 0$ ein n_0 gibt, so dass gilt: $|a_n - a| < \varepsilon$ für $n > n_0$. Man schreibt dann: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$

- a) Beschreiben Sie die Aussage dieser Definition mit eigenen Worten (Skizze)
- b) Zeigen Sie mit dieser Definition, dass gilt: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{n}\right) = 3$
- c) Ab welchem n_0 ist der Abstand der Folge $a_n = 10 + \frac{1}{n}$ zu ihrem Grenzwert kleiner als 0,01?

Aufgabe F4: Für eine Folge, die streng monoton steigend ist, gilt $a_n < a_{n+1}$. Zeigen Sie, dass die Folge $a_n = 2n + 1$ streng monoton steigend und nach oben unbegrenzt ist.

Aufgabe F5: Berechnen Sie, wenn existent, den Grenzwert für $n \rightarrow \infty$ folgender Folgen:

a) $a_n = \frac{4n^4 - 3n}{8n^4 + 7n^2}$ b) $a_n = \frac{15n^4 - 2n^2}{8472n^5 + 703n^4}$ c) $a_n = \frac{2n^3 - 8n^2}{5n - 1}$

d) $a_n = 10 - \frac{\cos(\pi n^2 + 10n)}{n^2}$ e) $a_n = \frac{1}{2} \left(a_{n-1} + \frac{p}{a_{n-1}} \right)$ mit $a_1 = 1$

Aufgabe F6: Beschreiben Sie in eigenen Worten, was eine Reihe ist.

Aufgabe F7: Konvergiert jede Reihe über eine Nullfolge? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe F8: Berechnen Sie den Grenzwert – so vorhanden – der folgenden Reihen:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n}$ b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{3^{n-1}}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$ d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{n!}$ f) $x - \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^3}{3!} + \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^5}{5!} - \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^7}{7!} + \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^9}{9!} \mp \dots$