

## Aufgaben zur Veranstaltung „Mathematik für Informatiker“

### Aufgabe 57

Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  linear sind und geben Sie eine geometrische Interpretation an:

a.  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $f \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ -v_2 \end{pmatrix}$ ;      b.  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $f \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}v_1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}v_2 \\ \frac{1}{2}\sqrt{3}v_1 + \frac{1}{2}v_2 \end{pmatrix}$ .

### Aufgabe 58 ( ohne Parallelaufgabe in den Übungen )

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  sei eine lineare Abbildung. Zeigen Sie, dass  $f(\vec{0}) = \vec{0}$  gilt.

### Aufgabe 59

Gegeben ist die Matrix  $A = \begin{pmatrix} -0,6 & 0,8 \\ 0,8 & 0,6 \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ .

a. Wie lautet die Funktionsvorschrift der zugehörigen linearen Abbildung  $f_A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ?

b. Sei  $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Berechnen Sie  $f_A(\vec{e}_1)$ ,  $f_A(\vec{e}_2)$ ,  $f_A(\vec{b}_1)$ ,  $f_A(\vec{b}_2)$ .

c. Wie lässt sich  $f_A$  geometrisch interpretieren?

### Aufgabe 60

Eine lineare Abbildung  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  sei definiert durch  $f \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2}v_1 - 2v_2 + \frac{1}{2}v_3 \\ v_2 \\ \frac{1}{2}v_1 - 2v_2 + \frac{5}{2}v_3 \end{pmatrix}$ .

a. Bestimmen Sie die zugehörige Matrix  $A_f$ .

b.  $B = (\vec{b}_1; \vec{b}_2; \vec{b}_3)$  mit  $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  ist eine Basis des  $\mathbb{R}^3$ .

Bestimmen Sie die Matrix  $A_f^{B,B}$ .

### Aufgabe 61

Die lineare Abbildung  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  beschreibe das Lotfällen auf die Gerade mit Richtungsvektor  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

Bestimmen Sie auf zwei Arten die Funktionsvorschrift von  $f$ :

- indem Sie zunächst  $A_f^{B,B}$  für eine „günstige“ Basis  $B$  aufstellen und daraus  $A_f$  und  $f$  berechnen;
- mit Hilfe von L.2.1.2.