

## Aufgaben zur Veranstaltung „Mathematik für Informatiker“

### Aufgabe 74

Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls die Summe:

$$\text{a. } \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{i-1}; \quad \text{b. } \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^i; \quad \text{c. } \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^i; \quad \text{d. } \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{7}{6}\right)^{i-1}; \quad \text{e. } \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{i-1}; \quad \text{f. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{3^{i-1}+1}{4^i}.$$

### Aufgabe 75

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$\text{a. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(i+1)^2}; \quad \text{b. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{i}}; \quad \text{c. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{3}}; \quad \text{d. } \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3i}\right)^i; \quad \text{e. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{3^i}{(i+1)!}; \quad \text{f. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i^i}{i!}.$$

### Aufgabe 76

$\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{4}{2i-1}$  ist nach dem Leibnizkriterium konvergent. Wir werden später sehen, dass die

Summe  $s = \pi$  ist.

Bestimmen Sie  $s_{10}$  als Näherungswert für  $s = \pi$  und schätzen Sie den absoluten Fehler

$|s - s_{10}|$  ab.

### Aufgabe 77

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf absolute Konvergenz und Konvergenz:

$$\text{a. } \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{1}{(2i-1) \cdot 2^{2i-1}}; \quad \text{b. } \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{1}{2i-1}; \quad \text{c. } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k+1} i^k.$$

### Aufgabe 78

Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich  $M \subseteq \mathbb{R}$  für  $f : M \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\text{a. } f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} \frac{1}{2i-1} x^{2i-1}; \quad \text{b. } f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{1}{(2i+1)!} x^{2i+1}.$$

### Aufgabe 79

Bestimmen Sie mit Hilfe der Definition A.1.5.1. den Konvergenzradius der folgenden komplexen Potenzreihen:

$$\text{a. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^3} z^i; \quad \text{b. } \sum_{i=0}^{\infty} 2^i (z-3)^i.$$

### Aufgabe 80

Bestimmen Sie mit Hilfe der Formel von Cauchy – Hadamard für die folgenden reellen Potenzreihen den Konvergenzradius  $R$ :

$$\text{a. } \sum_{i=1}^{\infty} 5^i x^i; \quad \text{b. } \sum_{i=1}^{\infty} 2^{(i^2)} x^i; \quad \text{c. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i!}{i^i} x^i.$$

### Aufgabe 81

Berechnen Sie die folgenden Reihensummen:

$$\text{a. } \sum_{i=0}^{\infty} 3^i \cdot \frac{1}{i!}; \quad \text{b. } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{3}{i!}; \quad \text{c. } \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i+1}{i!}.$$