

Aufgaben zur Veranstaltung „Mathematik für Informatiker“

Aufgabe 98

Bestimmen Sie für $f :]-\infty; 1[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \ln\left(\frac{1}{1-x}\right)$ mit Hilfe der Definition die Taylorreihe $t(x)$ mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$

Geben Sie anschließend an, für welche x die Taylorreihe $t(x)$ konvergiert.

Aufgabe 99

Sei $f(x) = \arctan(x)$; $t(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{1}{2i+1} x^{2i+1}$.

a. Zeigen Sie, dass $t(x)$ für alle $x \in]-1; 1[$ konvergiert.

b. Zeigen Sie $t(x) = f(x)$ für alle $x \in]-1; 1[$.

Aufgabe 100

Berechnen Sie durch partielle Integration:

a. $\int x \cdot \cos(x) dx$; b. $\int x^2 \cdot \sin(x) dx$; c. $\int x \cdot \ln(x) dx$; d. $\int \sin^2(x) dx$.

Aufgabe 101

Berechnen Sie mit Hilfe der angegebenen Substitution:

a. $\int \frac{1}{(7x+6)^5} dx$, $y = 7x+6$; b. $\int x \cdot \exp(-x^2) dx$, $y = -x^2$;

c. $\int \frac{\tan(x)}{\cos^3(x)} dx$, $y = \cos(x)$; d. $\int \frac{x^5}{\sqrt{2+x^6}} dx$, $y = \sqrt{2+x^6}$.

Aufgabe 102

Berechnen Sie mit Hilfe einer Standardsubstitution:

a. $\int \frac{1}{\ln(x) \cdot x} dx$; b. $\int \frac{\cot(x)}{\sin^2(x)} dx$.

Aufgabe 103

Berechnen Sie das bestimmte Integral $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$.

Aufgabe 104

$f : [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) = \frac{5}{1+2x^2}$. Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x -Achse.

Tipp für die Berechnung des unbestimmten Integrals: Substitution $y = \sqrt{2} \cdot x$.

Aufgabe 105 (Fehlerabschätzung Tüftelaufgabe!)

$f : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) = \sin(x^2)$.

Berechnen Sie den Trapezregelwert $T(4)$ als Näherung für $\int_0^1 f(x) dx$ und schätzen Sie den absoluten Fehler ab.