

1 Dreisatz

In diesem Modul werden alle Spielarten des Dreisatzes behandelt

Inhalt:

1	Dreisatz	1
1.1	Der normale Dreisatz	2
1.1.1	Erstes direktes Berechnen.....	2
1.1.2	Berechnung mittels Schema.....	3
1.1.3	Lösen als Tabelle.....	4

1.1 Der normale Dreisatz

Dreisätze tauchen immer dann auf, wenn Fragestellungen der Form vorliegen: Eine Anzahl von Dingen hat eine Eigenschaft. Welche Eigenschaft hat eine andere Anzahl von Dingen?

1.1.1 Erstes direktes Berechnen

Ein normaler oder proportionaler Dreisatz hat z.B folgende Form:

Drei Äpfel kosten € 1,50. Was kosten 4 Äpfel?

Es gibt eine *Aussage*, die eine Relation herstellt und eine *Zielfrage*, der nach dem Ergebnis fragt. Weiterhin gibt es Variablen (hier: Anzahl der Äpfel) und die Zielgröße (hier: Preis).

In der Aussage wird eine Verknüpfung zwischen den Äpfeln (Variable) und dem Preis (Zielgröße) dargestellt:

$$3\text{Äpfel} \hat{=} 1,50\text{€}$$

Das Zeichen $\hat{=}$ bedeutet *entspricht*. Es entspricht dem umgangssprachlichen *kosten*. Achtung: zwischen diesen Größen darf mathematisch kein ‚gleich‘ stehen! Ein Apfel ist kein Euro, oder haben Sie schon mal versucht, einen Euro zum Frühstück zu essen?

Lösen kann man einen Dreisatz, indem man zuerst auf die Variablen als 1 umrechnet. Dazu teilen wir die obige Beziehung auf beiden Seiten durch 3: (das dürfen wir, obwohl es keine Gleichung ist:

$$3\text{Äpfel} \hat{=} 1,50\text{€} \quad | \div 3$$

$$\frac{3}{3}\text{Äpfel} \hat{=} \frac{1,50}{3}\text{€}$$

$$1\text{Apfel} \hat{=} 0,50\text{€}$$

Jetzt wissen wir, was ein Apfel kostet. Um den Preis für 4 Äpfel zu berechnen, nehmen wir die Beziehung auf beiden Seiten mal 4:

$$1\text{Apfel} \hat{=} 0,50\text{€} \quad | \cdot 4$$

$$4\text{Äpfel} \hat{=} 2,00\text{€}$$

Um den Dreisatz zu lösen, sind wir wie folgt vorgegangen:

Lösen eines einfachen Dreisatzes

- 0) Bestimme, was die Variablen sind und was die Zielgröße ist
- 1) Stelle aus der Aussage eine Proportionalitätsbeziehung auf (3 Äpfel kosten 1,50 €)
- 2) Rechne diese durch Division um, so dass diese für die Variable 1 gilt. (1 Apfel kostet 0,50 €)
- 3) Multipliziere sie nun mit der Zahl, die durch die Zielfrage gegeben ist. (4 Äpfel kosten 2 €)

Wie Sie sehen, brachen wir zur Lösung drei Schritte. Deshalb heisst das Verfahren *Dreisatz*.

Aufgaben:

- 1) Zwei Kilo Kartoffeln kosten 1,20€. Wieviel kosten 10 kg Kartoffeln?
- 2) Zwei Bonbons kostet 5 Cent. Wieviele Bonbons bekommen Sie für einen Euro?
- 3) 500 Gramm Spaghetti kosten 79 Cent. Sie brauchen für Ihre Gruppe 2 kg. Was kostet das?
- 4) Ein Grundstück hat die Größe 20m mal 30 m und kostet €101580. das Nachbargrundstück hat die Größe 15 m mal 25 m bei gleichem Preis pro Quadratmeter. Was kostet es?

1.1.2 Berechnung mittels Schema

Wer Schwierigkeiten haben sollte, sich diese Reihenfolge zu merken, kann vielleicht folgendes Schema eher behalten. Zuerst bestimmen wir wieder, was Variable und was Zielgröße ist. Das bleibt uns nicht erspart. Also zum Beispiel mit den Äpfeln:

Variable: Anzahl der Äpfel

Zielgröße: Preis der Äpfel

Aussage: 3 Äpfel kosten 1,50 €

$$3 \text{ Äpfel} \hat{=} 1,50 \text{ €}$$

Wir suchen also den Preis für 4 Äpfel. Da wir ihn noch nicht kennen, nennen wir ihn x . Die Zielfrage heisst dann mathematisch ausgedrückt:

$$4 \text{ Äpfel} \hat{=} x \text{ €}$$

Schreiben wir nun beide Aussagen untereinander, so, dass die mit dem x oben steht:

$$4 \text{ Äpfel} \hat{=} x \text{ €}$$

$$3 \text{ Äpfel} \hat{=} 1,50 \text{ €}$$

Jetzt kommt der Witz: Wenn wir die linken und die rechten Seiten der Gleichungen teilen, können wir das Proportionalzeichen in ein Gleichheitszeichen = umwandeln:

$$\frac{4 \text{ Äpfel}}{3 \text{ Äpfel}} = \frac{x \text{ €}}{1,50 \text{ €}}$$

Damit haben wir eine richtige Gleichung, da sich die Einheiten wegekürzen und wir rechts und links nur noch Zahlen haben. Diese können wir gleichsetzen.

Kürzen wir nun die Äpfel und Euro, erhalten wir

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{1,50}$$

Durch Multiplikation mit 1,50 auf beiden Seiten können wir das x eliminieren:

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{1,50} \quad \left| \cdot 1,50 \right.$$

$$\frac{4 \cdot 1,50}{3} = x$$

$$2 = x$$

erinnern wir uns, dass x der Preis in € für 4 Äpfel ist. Also erhalten wir die gleiche Lösung wie oben, 2 €. 4 Äpfel kosten also 2 Euro.

Aufgaben:

- 1) Drei Bananen wiegen 350 Gramm. Wie viel wiegen 5 Bananen?
- 2) Sie müssen für Ihre Gruppe Brötchen kaufen. Der Bäcker hat ein Angebot: 5 Brötchen kosten 0,75 Euro. Sie benötigen 20 Brötchen. Wieviel Geld müssen Sie einstecken?
- 3) In einem Supermarkt finden Sie für Schokolade folgende Preise:
Schokolade 1: 250 g € 1,98
Schokolade 2: 150 g € 1,49
Schokolade 3: 70 g € 0,75.
Sie wollen die Preise direkt vergleichen. Rechnen Sie dazu um, was jeweils 100 g kosten.
- 4) Ihr Auto verbraucht auf 100 km durchschnittlich 6,3 Liter Benzin.
 - a) Wieviel Benzin brauchen Sie für 65 km?
 - b) Was kostet das Benzin, wenn der Liter € 1,35 kostet?
 - c) Wenn Sie mit einem Durchschnitt von 80 km/h fahren, wie lange brauchen Sie für diese Strecke? (Hinweis: Nehmen Sie die Aussage 80 km/h als Aussagesatz 1 Stunde entspricht 80 km und rechnen Sie über Dreisatz)

1.1.3 Lösen als Tabelle

Jetzt sind wir in der Lage, Dreisätze für beliebige Zusammenhänge zu lösen. Wenn man mehrere Dreisätze zugleich lösen muß, kann das aber etwas langwierig werden. Stellen Sie sich vor, sie wollen für Ihre Gruppe einen Kuchen backen und haben das folgende Rezept:

Abgerührter Kuchen:

500 g Mehl

250 g Zucker

125 g Butter

125 ml Milch

1 Tütchen Backpulver

Im Supermarkt haben sie folgende Preise

Mehl: 1 kg kostet 0,79 Euro

Zucker: 1 kg kostet 0,85 Euro

Butter: 250 g kosten 1,15 Euro

Milch: 1 l kostet 0,79 Euro

Backpulver: 5 Tütchen kostet 0,39 Euro

Wieviel kostet der Kuchen?

Am einfachsten können Sie solche Massenumrechnungen in einer Tabelle lösen. Zuerst schreiben Sie dazu die Kosten und Mengen vom Supermarkt auf:

Zutaten	Menge	Preis
Mehl	1 kg	0,79
Zucker	1 kg	0,85
Butter	250 g	1,15
Milch	1 l	0,79
Backpulver	5 Tütchen	0,39

Jetzt fügen Sie eine neue Spalte hinzu: Der Preis für pro die Menge ‚Eins‘. Dieses kann ein Gramm oder ein Liter oder ein Tütchen sein, entsprechend Ihrer Zutat. Dazu rechnen Sie auf den Variablenwert 1 um, indem Sie durch den alten Variablenwert teilen:

Zutaten	Menge	Preis	Preis für Menge 1
Mehl	1 kg	0,79	$0,79\text{€}/1\text{kg}=0,79\text{€}/\text{kg}$
Zucker	1 kg	0,85	$0,85\text{€}/1\text{ kg}=0,85\text{ €}/\text{kg}$
Butter	250 g	1,15	$1,15\text{ €}/0,25\text{ kg}=4,60\text{€}/\text{kg}$
Milch	1 l	0,79	$,79\text{€}/1\text{l}=0,79\text{€}/\text{l}$
Backpulver	5 Tütchen	0,39	$0,39\text{ €}/5\text{ Tütchen}/0,08\text{ €}/\text{Tütchen}$

Zur Übersichtlichkeit lassen wir nun die Rechnungen in der neuen Spalte weg. In eine nächste Spalte schreiben wir nun die Mengen, die wir tatsächlich benötigen:

Zutaten	Menge	Preis	Preis für Menge ‚1‘	Benötigte Menge
Mehl	1 kg	0,79	0,79€/kg	0,5 kg
Zucker	1 kg	0,85	0,85 €/kg	0,25 kg
Butter	250 g	1,15	4,60€/kg	0,125 kg
Milch	1 l	0,79	0,79€/l	0,125 l
Backpulver	5 Tütchen	0,39	0,08 €/Tütchen	1 Tütchen

Dabei wurden die Einheiten gleich umgerechnet, also von Gramm nach kg usw. Jetzt kommt noch eine letzte Spalte zu der Tabelle: wir multiplizieren die Menge, die wir benötigen, mit dem Wert der vorletzten Spalte, dem Preis pro Einheitsmenge.

Zutaten	Menge	Preis	Preis für Menge ,1'	Benötigte Menge	Preis
Mehl	1 kg	0,79	0,79€/kg	0,5 kg	$0,79 \text{ €/kg} \cdot 0,5 \text{ kg} = 0,395 \text{ €}$
Zucker	1 kg	0,85	0,85 €/kg	0,25 kg	$0,85 \text{ €/kg} \cdot 0,25 \text{ kg} = 0,21 \text{ €}$
Butter	250 g	1,15	4,60€/kg	0,125 kg	$4,60 \text{ €/kg} \cdot 0,125 \text{ kg} = 0,58 \text{ €}$
Milch	1 l	0,79	0,79€/l	0,125 l	$0,79 \text{ €/l} \cdot 0,125 \text{ l} = 0,099 \text{ €}$
Backpulver	5 Tütchen	0,39	0,08 €/Tütchen	1 Tütchen	$0,08 \text{ €/Tütchen} \cdot 1 \text{ Tütchen} = 0,08 \text{ €}$

Damit haben wir alle Zutaten umgerechnet. Was nun noch bleibt, um den Preis für einen Kuchen zu berechnen, ist die Preis aller Zutaten zusammenzuzählen, also alle Wert in der letzten Spalte:

$0,395 \text{ €} + 0,21 \text{ €} + 0,58 \text{ €} + 0,099 \text{ €} + 0,08 \text{ €} = 1,36 \text{ €}$ (gerundet auf 2 Stellen). Damit ist der Preis für einen Kuchen berechnet.

Aufgaben:

1) Für ein Fest möchten Sie einen Erdbeer-Quark zubereiten. Sie haben für 4 Personen folgendes Rezept:

400 g Erdbeeren

200 g Quark

80 g Zucker

8 Esslöffel Milch

4 Blatt Gelatine

1 Spritzer Zitronensaft

Berechnen Sie die Zutaten für 12 Personen mittels einer Tabelle.

2) Eine Aufgabe zu Nährwerten:

ein Gericht hat folgende Zutaten für 4 Personen:

500 g gemischtes Hackfleisch, 500 g Spaghetti, 70 g Zwiebel, 100 g Suppengemüse, 500 g gehackte Tomaten, 30 g Olivenöl

In einer Nährwerttabelle finden Sie die folgenden Nährwerte für jeweils 100g:

Zwiebel 172 kJ, Suppengemüse: 110 kJ, Spaghetti: 1573 kJ: Olivenöl: 3891 kJ, Hackfleisch: 887 kJ, Tomaten: 67 kJ

Wie viel kJ nehmen Sie mit hat eine Portion Spaghetti zu sich?