

1 Einheiten, Flächen und Volumina

In diesem Modul werden (physikalische) Einheiten behandelt, insbesondere Längenmaße, Flächen und Volumina und deren Um- und Berechnung

Inhalt:

1	Einheiten, Flächen und Volumina	1
1.1	Vorfaktoren.....	2
1.2	Rechnen mit Exponenten.....	3
1.3	Einheiten	5
1.4	Längeneinheiten.....	6
1.4.1	Besonderheiten: Umfang eines Kreises	8
1.5	Flächeneinheiten.....	8
1.5.1	Rechteck	9
1.5.2	Rechtwinkliges Dreieck.....	9
1.5.3	Kreis	9
1.5.4	Berechnen von Flächen	10
1.5.5	Umrechnen von Flächen.....	10
1.5.6	Besondere Flächeneinheiten	10
1.6	Volumeneinheiten	11
1.6.1	Quader	11
1.6.2	Kugel.....	11
1.6.3	Zylinder	11
1.6.4	Berechnen von Volumina.....	11
1.6.5	Umrechnen von Volumeneinheiten.....	12
1.6.6	Umrechnung von Volumen und Masse	13
1.6.7	Besondere Volumeneinheiten.....	14

1.1 Vorfaktoren

Vorfaktoren werden benutzt, um sehr große oder sehr kleine Größen platzsparend abkürzen zu können. Es gibt folgende Vorfaktoren:

Y	Yotta	ital. <i>otto</i> = acht	$(10^3)^8 = 10^{24}$	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000	Quadrillion
Z	Zetta	ital. <i>sette</i> = sieben	$(10^3)^7 = 10^{21}$	1 000 000 000 000 000 000 000 000	Trilliarde
E	Exa	gr. <i>exa</i> : über alles / gr. <i>εξάκις, hexákis</i> = sechsmal	$(10^3)^6 = 10^{18}$	1 000 000 000 000 000 000 000	Trillion
P	Peta	gr. <i>petanünnein</i> : alles umfassen / gr. <i>πεντάκις, pentákis</i> = fünfmal	$(10^3)^5 = 10^{15}$	1 000 000 000 000 000	Billiarde
T	Tera	gr. <i>τέρας, téras</i> = Ungeheuer / <i>τετράκις, tetrákis</i> = viermal	$(10^3)^4 = 10^{12}$	1 000 000 000 000	Billion
G	Giga	gr. <i>γίγας, gígas</i> = Riese	$(10^3)^3 = 10^9$	1 000 000 000	Milliarde
M	Mega	gr. <i>μέγας, mégas</i> = groß	$(10^3)^2 = 10^6$	1 000 000	Million
k	Kilo	gr. <i>χίλιοι, chílioi</i> = tausend	10^3	1 000	Tausend
h	Hekto	gr. <i>εκατόν, hekatón</i> = hundert	10^2	100	Hundert
da	Deka	gr. <i>δέκα, déka</i> = zehn	10^1	10	Zehn
–	Einheit		10^0	1	Eins
d	Dezi	lat. <i>decimus</i> = zehnter	10^{-1}	0,1	Zehntel
c	Zenti	lat. <i>centesimus</i> = hundertster	10^{-2}	0,01	Hundertstel
m	Milli	lat. <i>millesimus</i> = tausendster	10^{-3}	0,001	Tausendstel
μ	Mikro	gr. <i>μικρός, mikrós</i> = klein	$(10^{-3})^2 = 10^{-6}$	0,000 001	Millionstel

n	Nano	gr. <i>vávoς, nános</i> und ital. <i>nano</i> = Zwerg	$(10^{-3})^3 = 10^{-9}$	0,000 000 001	Milliardstel
p	Piko	ital. <i>piccolo</i> = klein	$(10^{-3})^4 = 10^{-12}$	0,000 000 000 001	Billionstel
f	Femto	skand. <i>femton/femten</i> = fünfzehn	$(10^{-3})^5 = 10^{-15}$	0,000 000 000 000 001	Billiardstel
a	Atto	skand. <i>atten</i> = achtzehn	$(10^{-3})^6 = 10^{-18}$	0,000 000 000 000 000 001	Trillionstel
z	Zepto	lat. <i>septem</i> = sieben	$(10^{-3})^7 = 10^{-21}$	0,000 000 000 000 000 000 001	Trilliardstel
y	Yokto	lat. <i>octo</i> = acht	$(10^{-3})^8 = 10^{-24}$	0,000 000 000 000 000 000 000 001	Quadrillionstel

Entnommen aus: www.wikipedia.de

Im Alltagsleben wird der Bereich Giga bis micro verwendet.

1.2 Rechnen mit Exponenten

Wenn man mit sehr großen oder sehr kleinen Zahlen rechnet, ist es sehr mühsam und fehleranfällig, diese in normaler Schreibweise darzustellen. So entspricht etwa 1 Megatonne einem Gewicht von

1 000 000 x 1000 kg, also

1 000 000 000 kg (1 Milliarde).

Sinnvoller ist es, diese Nullen zusammenzufassen. Dabei machen wir Gebrauch von der *Potenzierung*. Die Idee dahinter ist die folgende:

Ein Produkt von 10×10 kann man auch schreiben als 10^2 . Dabei ist 2 der Exponent, 10 die Basis. Also können wir schreiben:

$$100 = 10 \times 10 = 10^2$$

$$1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$$

..und so weiter. Merken Sie was? Der Exponent gibt genau die Anzahl der Nullen wieder. Also kann man 1 Million, eine Zahl mit 6 Nullen, schreiben als

$$1\,000\,000 = 10^6$$

und sich viel Arbeit damit sparen.

Das besondere dabei ist nun, dass man Multiplikationen extrem schnell durchführen kann. Nehmen wir als Beispiel 1000×10000 :

$1000 \times 10000 = 10000000$. Wenn wir multiplizieren, hat das Ergebnis als genauso viele Nullen, wie in beiden Faktoren aufsummiert.

Machen wir uns das in Exponentialschreibweise zunutze: Dann können wir schreiben:

$$\underbrace{1000}_{3\text{Nullen}} \div \underbrace{10000}_{4\text{Nullen}} = 10^3 \times 10^4 = 10^7$$

Allgemein gilt:

Um Zehnerpotenzen in Exponentialschreibweise zu multiplizieren, addieren wir die Exponenten der Faktoren: $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$

Damit haben wir große Zahlen erschlagen. Wie sieht es nun mit sehr kleinen aus? Die Reihe setzt sich in Richtung kleiner werdender Zahlen wie folgt fort:

$$100 = 10^2$$

$$10 = 10^1$$

$$1 = 10^0$$

$$0,1 = 10^{-1}$$

$$0,01 = 10^{-2}$$

$$0,001 = 10^{-3}$$

Für Zahlen kleiner 1 gibt der negative Exponent also die Stelle der 1 hinterm Komma an. Nehmen wir uns die 0,01 heraus. Diesen Wert kann man auch schreiben als

$$10^{-3} = 0,001 = 1 \div 1000 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$$

Dabei haben wir benutzt, dass ein Bruch bedeutet, Zähler (oben) durch Nenner (unten) zu teilen. Ein Bruch ist also ein anderes Zeichen für Division. Das bedeutet:

Der Kehrwert einer Exponentenzahl kann durch einen negativen Exponenten ausgedrückt werden: $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$

Damit kommen wir zu einer Rechenregel für das Dividieren, weil Dividieren als Multiplikation mit dem Kehrwert ausgedrückt werden kann. Will man z.B. 10^5 durch 10^3 teilen, kann man dafür schreiben:

$$10^5 \div 10^3 = 10^5 \cdot \frac{1}{10^3} = 10^5 \cdot 10^{-3} = 10^2$$

Damit lautet die Vorgehensweise allgemein

Um Zehnerpotenzen in Exponentialschreibweise zu dividieren, subtrahieren wir die Exponenten der Faktoren: $10^m \div 10^n = 10^{m-n}$

Wie sieht das ganze nun aus, wenn man nicht mehr nur reine Exponenten miteinander multipliziert, sondern diese eine Zahl haben? Nehmen wir als Beispiel 2000×30000 . Diese Zahlen können wir schreiben als

$$2000 = 2 \times 1000 = 2 \times 10^3$$

$$30000 = 3 \times 10000 = 3 \times 10^4$$

Zur Multiplikation tauschen wir die Reihenfolge aus:

$$2000 \times 30000 = 2 \times 10^3 \cdot 3 \times 10^4 = 2 \cdot 3 \times 10^3 \cdot 10^4 = 2 \cdot 3 \times 10^7 = 6 \times 10^7$$

Malpunkte und Malkreuze sind gleichbedeutend und nur zur Übersicht unterschiedlich eingesetzt. Wir können also getrennt die Zahlen und die Exponentenausdrücke multiplizieren. Aufpassen muß man nur, wenn man mit den Zahlen einen Zehnersprung macht, z.B.

$$6000 \times 30000 = 6 \times 10^3 \cdot 3 \times 10^4 = 6 \cdot 3 \times 10^7 = 18 \times 10^7 = 1,8 \times 10^8$$

In der Exponentenschreibweise sieht man zu, dass die Zahl nur eine Stelle vor dem Komma hat. Verschiebt man das Komma nach links, wird die Zahl kleiner, dafür muß der Exponent größer werden.

Aufgaben:

Berechnen Sie folgende Exponentialausdrücke

a) $10^3 \times 10^5$ b) $10^8 \times 10^{13}$ c) $10^5 \times 10^{-3}$ d) $10^{12} \div 10^6$ e) $10^{12} \div 10^{-6}$

f) $3 \times 10^{12} \cdot 2 \times 10^6$ g) $3 \times 10^{12} \cdot 7 \times 10^6$ h) $8 \times 10^{10} \div 2 \times 10^6$ l) $2 \times 10^{10} \div 4 \times 10^6$

1.3 Einheiten

Alle (physikalischen) Einheiten lassen sich auf 7 Grundeinheiten zurückführen. Diese sind festgelegt vom französischen Bureau International des Poids et Mesures (Internationales Büro für Maß und Gewicht). Der Hintergrund ist, dass es wichtig ist, an jedem Ort der Welt nachvollziehbare Definitionen für die Einheiten zu haben. Früher wurde das durch Vergleiche bewerkstelligt (Elle am Rathaus..). Nur das Kilogramm hat heutzutage noch einen Prototyp, alle anderen Masse sind über Messungen an Experimenten definiert, die in jedem Labor durchgeführt werden können.

SI: Système international d'unités

Größe	Formelzeichen	Einheit	Einheitenzeichen	Definition
Länge	l	Meter	m	Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299.792.458 Sekunden durchläuft
Masse	m	Kilogramm	kg	Das Kilogramm ist die Einheit der Masse; es ist gleich der Masse des Internationalen Kilogrammprototyps.
Zeit	t	Sekunde	s	das 9.192.631.770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung
Stromstärke	I	Ampere	A	Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von 1 Meter

Größe	Formelzeichen	Einheit	Einheitenzeichen	Definition
				voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde
Thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	K	der 273,16. Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunkts des Wassers ²⁾
Stoffmenge	n	Mol	mol	die Stoffmenge eines Systems, das aus ebensoviel Einzelteilchen besteht, wie Atome in 0,012 Kilogramm des Kohlenstoffnuklids ^{12}C enthalten sind. Bei Benutzung des Mol müssen die Einzelteilchen spezifiziert sein und können Atome, Moleküle, Ionen, Elektronen sowie andere Teilchen oder Gruppen solcher Teilchen genau angegebener Zusammensetzung sein
Lichtstärke	I_v	Candela	cd	die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 Watt pro Steradian beträgt

Entnommen aus: www.wikipedia.de

Jede weitere physikalische Einheit lässt sich aus diesen Einheiten ableiten. Beispiel:

Dichte

Formelzeichen: ρ (griechischer Buchstabe, sprich : rho)

Einheit: $[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Beispiele: Wasser $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Luft: $\rho = 1,2041 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

1.4 Längeneinheiten

Einheitenzeichen für Länge: m (Meter)

Gebräuchliche Untereinheiten

mm: Millimeter

cm: Centimeter

dm: Dezimeter

km: Kilometer

Umrechnung von Einheiten

	mm	cm	dm	m	km
1 mm =	1	0,1	0,01	0,001	1×10^{-6}
1 cm =	10	1	0,1	0,01	1×10^{-5}
1 dm =	100	10	1	0,1	1×10^{-4}
1 m =	1000	100	10	1	0,001
1 km =	1×10^6	1×10^5	1×10^4	1000	1

Die Tabelle liest sich wie folgt: in der linken Spalte steht das, was man umrechnen will (z.B. 1cm), in der Kopfzeile findet man spaltenweise die Ergebnisse (z.B. Kilometer). In Zelle, wo sich Zeile und Spalte treffen, findet man den Faktor, also $1 \text{ cm} = 1 \times 10^{-5} \text{ km}$. Wenn man z.B. 7,5 cm in Kilometer umrechnen will, muß man den Faktor mit 7,5 multiplizieren, also $7,5 \text{ cm} = 7,5 \times 10^{-5} \text{ km}$.

Merken Sie sich die folgenden Zusammenhänge:

<i>1000 mm entsprechen 1 m</i>	<i>1 mm entspricht $\frac{1}{1000} m$</i>
<i>100 cm entsprechen 1 m</i>	<i>1 cm entspricht $\frac{1}{100} m$</i>
<i>1000 m entsprechen 1 km</i>	<i>1 m entspricht $\frac{1}{1000} km$</i>

Weitere Einheiten:

1 Zoll = 1 Inch = 1" = 25,4 mm = 2,54 cm

Meilen:

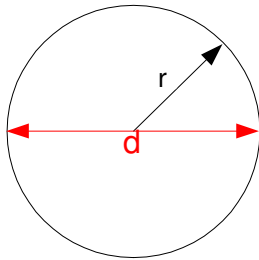
1 Britische Landmeile = 1609,344 m

1 Nautische Meile = 1853 m

1 Lichtjahr = $9,461 \times 10^{15}$ m. Entspricht der Entfernung, die das Licht im Weltall in einem Jahr zurücklegt.

1.4.1 Besonderheiten: Umfang eines Kreises

Ein Kreis ist definiert durch seinen Radius r bzw. durch seinen Durchmesser d , wie in der folgenden Abbildung gezeigt:



r : Radius oder halber Durchmesser

d : Durchmesser

Der Umfang U des ist die Strecke, die man ablaufen müsste, um einmal auf dem gesamten Kreis herumzuwandern oder die Strecke, die der Kreis als Rad bei einer Umdrehung zurücklegen würde. Ser Umfang U lässt sich wie folgt berechnen:

$$U = 2\pi r = \pi d$$

$$\pi = 3,1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089986280348253421170679 \text{ Ludolfsche Zahl oder Archimedes-Konstante}$$

Anmerkung: Normalerweise reicht es aus, mit 3 Stellen zu arbeiten, also $\pi = 3,141$ ☺

Aufgaben zur Längenberechnung:

- 1) Sie leiten eine Holzwerkstatt für Ihre Betreuten. Ein zu bauendes Holzteil hat die Länge von 550 mm. Wieviele Meter sind das?
- 2) Sie treffen eine Ameise, die aufgrund Ihrer Größe die Bezeichnung km nicht kennt, lediglich mm. Die Ameise fragt sie nach der Entfernung zum nächsten Wald. Sie wissen, dass die Entfernung 3,235 km beträgt. Rechnen sie diesen Wert für die Ameise in mm um. (Anmerkung: Die Ameise ist klug und versteht Exponentialschreibweise ☺)
- 3) Die Räder Ihres Fahrrades haben einen Durchmesser von 28 Zoll.
 - a) Welche Strecke legt das Rad bei jeder Umdrehung zurück?
 - b) Wieviel Radumdrehungen benötigen Sie, um einen Kilometer zu fahren?
- 4) Rechnen Sie um:

a) 1 km in cm	b) 3500 mm in m	c) 420 cm in m	d) 32754 m in km
---------------	-----------------	----------------	------------------

1.5 Flächeneinheiten

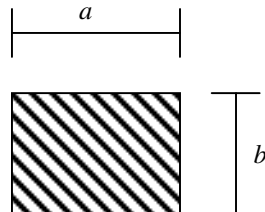
Eine Flächeneinheit hat immer die Einheit *Längeneinheit zum Quadrat*

Beispiel: mm^2 , cm^2 , m^2 (=qm *Quadratmeter* umgangssprachlich)

Die Fläche für einige spezielle Körper berechnet sich nach folgenden allgemeine Formeln. Achtung: In diesen Formeln sind die Einheiten noch nicht festgelegt!

1.5.1 Rechteck

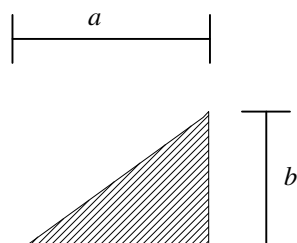
$$F = a \cdot b$$



Besonderheit: wenn beide Kantenlängen gleich sind, hat man ein Quadrat. Damit ergibt sich die Fläche zu $F = a^2$

1.5.2 Rechtwinkliges Dreieck

$$F = \frac{a \cdot b}{2}$$

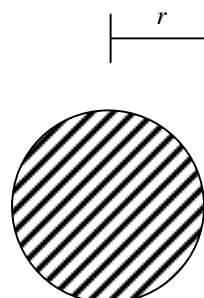


Achtung: diese Formel gilt nur für Dreieck, die einen rechten Winkel haben! Dabei müssen a und b senkrecht aufeinander stehen.

1.5.3 Kreis

$$F = \pi r^2$$

r: Radius (=halber Durchmesser)



1.5.4 Berechnen von Flächen

Beispiel: Rechteck mit den Kantenlängen a und b

- 1) Beide Größen a und b müssen die gleiche Einheit haben. Wenn nicht, so ist eine Einheit, wie oben beschrieben, umzurechnen.
- 2) Die Flächeneinheit ist die Längeneinheit zum Quadrat. Sind die Längeneinheiten cm , so ist die mit obiger Formel berechnete Einheit cm^2 .
- 3) Will man eine bestimmte Einheit als Ergebnis, so ist es sinnvoll, die Kantenlängen vorher in die entsprechende Basiseinheit umzurechnen. Will man z.B. das Ergebnis in m^2 , so sollte man die Längeneinheiten in m umrechnen, bevor man sie in die Formel einsetzt.

1.5.5 Umrechnen von Flächen

Beispiel wie viele cm^2 sind $1 m^2$?

Lösung: Einsetzen der Umrechnungsfaktoren. Achtung: Beachten Sie das Quadrieren!

$$1 m = 100 cm$$

Wenn wir wissen, dass $1 m^2$ bedeutet: $1 m^2 = 1 m \times 1 m$, können wir den ‚m‘ einsetzen:

$$1 m^2 = 1 m \times 1 m = 1 (100 cm) \times (100 cm) = 10.000 cm^2$$

1.5.6 Besondere Flächeneinheiten

$1 Ar = 100 m^2$ (z.B. Quadrat mit der Kantenlänge $10 m$)

$1 Hektar = 100 Ar = 10.000 m^2$ (z.B. Quadrat mit der Kantenlänge $100 m$)

Aufgaben

- 1) Ein Raum hat eine Länge von $550 cm$ und eine Breite von $4,80 m$. Wie groß ist seine Grundfläche in qm ?
- 2) Wie viel cm^2 sind $5,38 m^2$?
- 3) Wenn Ihre Wohnung $64qm$ groß ist, wie groß müsste ein Quadrat sein, damit es die selbe Grundfläche hat?
- 4) Sie backen für Ihre Gruppe eine Pizza auf einem Ofenblech mit den Massen $38 cm \times 30 cm$. Diese wollen Sie einlagig mit Käsescheiben belegen, die die Masse $120mm \times 160 mm$ haben.
 - a) Wie viele Käsescheiben brauchen Sie?
 - b) Wenn jede Käsescheibe ein rundes Loch von $5 cm$ Durchmesser hat, welche Fläche fehlt durch diese Loch?
- 5) Komplex: stellen Sie sich den menschlichen Darm als einen offenen Zylinder mit $8m$ Länge und einem Durchmesser von $2 cm$ vor.
 - a) Wie groß ist dann seine Oberfläche in m^2 ? (Hinweis: Berechnen Sie die Oberfläche über den Kreisumfang mal Zylinderhöhe)
 - b) Nach medizinischer Literatur hat der Darm eine Oberfläche von ca. $300 m^2$. Erklären Sie den Unterschied zu Ihrem Ergebnis.

1.6 Volumeneinheiten

Eine Volumeneinheit ist immer eine *Längeneinheit hoch 3*. Damit ergibt sich mm^3 , cm^3 , m^3 . Im Sprachgebrauch wird das Wort *Kubik* vor die Einheit gesetzt. (Kubikcentimeter oder ccm , Kubikmeter)

Weiterhin werden Volumina in *Litern* (l) angegeben.

1 l entspricht 1000 cm^3 (z.B. Würfel mit den Kantenlängen 10 cm)

Weitere gebräuchliche Einheiten:

1 Milliliter = 1 ml = $1/1000 \text{ l} = 1 \text{ cm}^3$

1 Centiliter = 10 ml = $1/100 \text{ l} = 10 \text{ cm}^3$

1 Deziliter = 100 ml = $1/10 \text{ l} = 100 \text{ cm}^3$

1 Hektoliter = 100 l

Allgemeine Formeln für Volumenberechnungen sind wie folgt:

1.6.1 Quader

Ein Quader ist ein aus Rechtecken zusammengesetztes Gebilde (Schuhkarton). Alle Winkel sind rechte Winkel. Wenn die Kantenlängen a , b , und c sind, hat der Quader das Volumen V

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Bemerkung: Der *Würfel* ist ein spezieller Quader, bei dem alle Kantenlängen gleich sind, z.B. a . Das Volumen V berechnet sich dann zu

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

1.6.2 Kugel

Eine Kugel mit dem Radius r hat das Volumen V

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

1.6.3 Zylinder

Ein Zylinder hat eine kreisförmige Grundfläche mit dem Radius r und eine Höhe h (Konservendose). Das Volumen V berechnet sich zu *Grundfläche \times Höhe* und ergibt

$$V = \pi r^2 h$$

1.6.4 Berechnen von Volumina

Das Berechnen von Volumina ist analog zur Berechnung von Flächen, nur dass man jetzt unter Umständen 3 Variablen hat. Alle Variablen müssen wiederum die selbe Einheit haben. Also gilt:

- 1) Wenn der Körper durch verschiedene Längeneinheiten definiert ist, sind diese auf eine Längeneinheit umzurechnen.
- 2) Das Volumen, das man so berechnet, hat die Einheit *Längeneinheit hoch 3*. Beispiel: ein Quader mit den Längen

$$a = 1 \text{ cm}$$

$$b = 2 \text{ cm}$$

$$c = 3 \text{ cm}$$

hat das Volumen V

$$V = a \cdot b \cdot c = 1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^3$$

- 3) Wiederum sollte man die Längen gleich in der Einheit einsetzen, in der das Ergebnis gewünscht ist. **Achtung:** Werden Liter gewünscht, sind die Längen in dm einzusetzen.

Aufgaben

- 1) Berechnen Sie das Volumen eines Schuhkartons in cm^3 mit den Maßen 30 cm x 20 cm x 20 cm
- 2) Berechnen Sie das Volumen eines Fussballes, der einen Durchmesser von ca. 11 cm hat.
- 3) Welche Höhe muß ein zylindrisches Glas mit einem Durchmesser von 9 cm haben, um genau einen Liter zu fassen?

1.6.5 Umrechnen von Volumeneinheiten

Wiederum werden zum Umrechnen die Längeneinheiten mit ihren Vorfaktoren eingesetzt. Das Problem ist hier, dass man durch die dritte Potenz sehr schnell zu sehr großen Zahlen kommt. Also bietet es sich hier an, die Zahlen in exponentieller Schreibweise (z.B. $1000 = 10^3$) aufzuschreiben. Eine Multiplikation entspricht dann einer Addition der Exponenten (z.B. $1000 \times 10000 = 10^3 \times 10^4 = 10^7$)

Beispiel zur Umrechnung: Wieviel Kubikmeter sind 1000 l?

- 1) Umrechnen von l in m^3

Beachte: $1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ cm}^3 = 1000 \cdot \left(\frac{1}{100} \text{ m} \right)^3 = 1000 \cdot \frac{1}{100 \cdot 100 \cdot 100} \text{ m}^3 = \frac{10^3}{10^6} \text{ m}^3 = \frac{1}{10^3} \text{ m}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

- 2) Berechnen von 1000 l:

$$1000 \text{ l} = 1000 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 10^3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 1 \text{ m}^3$$

Aufgaben:

- 1) Wie viel Liter entsprechen 5 m³?
- 2) Wie viel cm³ sind 5,3 Liter?
- 3) Wie viel ml sind 0,823 Liter?
- 4) Wie viel cm³ sind 0,443 m³?

1.6.6 Umrechnung von Volumen und Masse

Eine Aufgabe die sich immer wieder stellt, ist die Umrechnung von Volumen nach Masse und umgekehrt.

Stellen Sie sich vor, sie wollen einen Kuchen backen, haben aber keinen Messbecher, nur eine Waage. Jetzt wollen Sie 250 ml Milch zum Teig geben. Wie bestimmen Sie die Menge mit der Waage?

Sie wissen, dass die Dicht von Milch ungefähr der Dichte von Wasser ist, nämlich 1000 kg pro m³. Diese Masseinheiten sind nun für den Küchengebrauch etwas unhandlich, also rechnen Sie fix nach g/ml um. Sie wissen:

$$1 \text{ kg} = 1000\text{g}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \times (100\text{cm})^3 = 10^6 \text{ cm}^3$$

also:

$$1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10^3 \frac{10^3 \text{ g}}{10^6 \text{ cm}^3} = \frac{10^6}{10^6} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

und sind dabei heilfroh, gelernt zu haben, mit Exponenten zu rechnen, weil es sonst ewig viele Nullen brauchen würde.

Gut, also 1g entspricht 1 cm³. Wie Sie weiterhin wissen, ist 1 cm³ gleich einem ml. Also sind 250 ml gleich 250 cm³, was dann 250 g entspricht. Und schon können Sie Ihre Milch abwiegen.

Merken Sie sich:

1 ml entspricht 1 cm³

1 Liter = 1000 ml entspricht 1000 cm³

für Wasser und ähnliche Flüssigkeiten (Milch...) gilt:

1 g entspricht 1 ml entspricht 1 cm³

1 kg entspricht 1 Liter = 1 ml entspricht 1000 cm³

Aufgaben:

- 1) Wieviel ml entsprechen 0,75 kg Wasser?
- 2) Wieviel Gramm entsprechen 0,2 l Milch?
- 3) Wenn Ihr Auto einen Hubraum von 1300 cm³ hat, wie viel Gramm Wasser würden dann in den Motor passen? ☺
- 4) Welche Masse in kg hat das Wasser in einer vollen Badewanne (300 Liter)?

- 5) Wenn ein Mensch (75 kg) zu 68% aus Wasser besteht, wie viel Litern entspricht dann dieses Wasser?

1.6.7 Besondere Volumeneinheiten

Amerikanisch: Gallone (US liquid gallon)

Eine Gallone entspricht einem Quader mit den Aussenmassen $(3 \times 7 \times 11)$ Inch³ und damit 3,735 l.

Anmerkung: Wir geben hier den Verbrauch eines Autos in l/100 km an. Die Amerikaner in miles/gallons. Wer viel Zeit und Nerven hat, kann ja mal den Verbrauch von 5,9 l/100 km in amerikanisches Maß umrechnen ☺

Aufgaben:

- 1) Wenn Wasser eine Dichte von 1000 kg/m^3 hat, welche Masse in kg haben dann 10 cm^3 Wasser?
- 2) Wieviel Gramm entspricht dann ein halber Liter Wasser?
- 3) Sie backen nun eine runde Pizza mit einem Durchmesser von 28 cm. Sie wollen eine Dose Tomatenpüree auf dem Teig verteilen. Die Dose hat einen Inhalt von 480 ml. Wie hoch steht das Tomatenpüree auf der Pizza (Anmerkung: Das Tomatenpüree sei so fest, dass es nicht an den Seiten herunterschwabbelt)
- 4) Ein Glas hat einen Durchmesser von 8 cm und eine Höhe von 12 cm. Wieviel Liter Wasser können Sie in das Glas eingiessen? Runden Sie das Ergebnis auf eine Stelle.
- 5) Sie sitzen bei einer Wahrsagerin und langweilen sich etwas bei deren Ausführungen. Dafür sind sie fasziniert von ihrer Kristallkugel, die einen Durchmesser von 20 cm hat.
 - a) Welches Volumen hat die Kugel in cm^3 ?
 - c) Wenn 1 cm^3 Kristallglas (magische Qualität) eine Gewicht von 3 g hat, was wiegt die Kugel in kg?
 - b) Wenn Sie diese Kugel in einen zylindrischen Eimer, der einen Durchmesser von 30 cm hat und der mit 20 Litern Wasser gefüllt ist werfen – um wie viel cm steigt der Wasserstand im Eimer?

Hausaufgaben:

1) Berechnen Sie folgende Ausdrücke in Exponentialschreibweise (OHNE TASCHENRECHNER!):

a) $10^3 \times 10^6 = ?$ b) $10^3 \times 10^{-6} = ?$ c) $10^7 \div 10^4 = ?$ d) $10^7 \div 10^{-4} = ?$

e) $2 \times 10^3 \cdot 3 \times 10^4 = ?$ f) $6 \times 10^4 \cdot 3 \times 10^8 = ?$ g) $6 \times 10^4 \div 3 \times 10^8 = ?$ h) $3 \times 10^4 \div 6 \times 10^8 = ?$

2) Ein DIN A4 – Blatt hat die Kantenlängen 210 mm x 297 mm.

a) Berechnen Sie die Fläche in cm^2 . (Von mir aus mit Taschenrechner)

b) Wenn das Papier ein Gewicht von 80g/qm hat, wie viel Gramm wiegt dann ein Blatt?

3) Für Ihre Gruppe wollen Sie 15 kleine Geschenke verpacken. Jedes Geschenk hat die Form eines Würfels mit der Kantenlänge 10 cm.

a) Wie viel qm Geschenkpapier benötigen Sie für ein Geschenk? (Näherung: Rechnen Sie ohne Überlappungen)

b) Die Geschenkpapierrolle hat eine Breite von 85 cm. Wie viel m benötigen Sie von der Rolle, um alle Geschenke einzuwickeln? (Hinweis: Rechnen Sie ohne Verschnitt, nur über Flächen)

4) Wenn in einer Gaststätte Inventur gemacht wird, muß bekannt sein, wie viel Getränke in den einzelnen Flaschen sind. Dazu werden die Füllstände gemessen.

a) Beschreiben Sie die Vorgehensweise, um von dem Füllständen das Volumen zu berechnen. Welche Informationen benötigen Sie dazu?

b) Eine Flasche zylindrischer Form mit einem sündhaft teuren schottischem Whiskey hat einen Innendurchmesser von 7 cm und einen Füllstand von 10 cm. Wieviel Liter Whiskey ist noch in der Flasche?

c) Wie viele Gläser mit 2 Centiliter Inhalt kann man davon noch ausschenken?