
Lösungen Elektrizitätslehre und Wellenlehre

Aufgabe E1: Freilandleitungen, haben sehr hohe Spannung, bis zu 380 kV. Diese Spannungen sind sehr gefährlich und schlecht handzuhaben. Es wäre wesentlich sicherer und einfacher, Elektrizität bei niedrigerer Spannung zu transportieren.

- a) Begründen sie, warum trotzdem diese hohen Spannungen gewählt werden.
- b) Warum ist die Anzahl der Leitungen immer durch drei teilbar?
- c) Warum können Vögel auf den Leitungen sitzen, ohne Schaden zu nehmen?

Lösung:

- a) Wenn Strom transportiert wird, setzt sich die Gesamtleistung aus der Nutzleistung zusammen, die über den Nutzwiderstand abfällt, sowie über die Verlustleistung durch den Leitungswiderstand. Nach dem Ohmschen Gesetz

$$U = RI$$

und der Definition der elektrischen Leistung

$$P = UI$$

folgt für die Leistung durch den Widerstand an den Leitungen

$$P = RI^2$$

Je geringer der Gesamtstrom ist, desto geringer ist also die Verlustleistung am Leitungswiderstand. Deshalb werden die Spannungen so hoch wie möglich gewählt, um diese Verlustleistung zu begrenzen.

- b) Durch Überlandleitungen wird Drehstrom transportiert; der Rückfluß geschieht über die Erde. Deshalb ist die Anzahl durch drei teilbar, für jede Phase des Drehstroms eine Leitung.
- c) Ein Vogel, der auf den Leitungen sitzt, nimmt das Potential der Leitungen an. Da Strom aber nur von einem Potential zum anderen fließen kann, also eine Spannungsdifferenz benötigt, um zu fließen, kann hier nichts geschehen, da der Vogel kein zweites Potential bzw. keine zweite Spannung hat. Gefährlich wäre es,, würde es gegen eine zweite Leitung kommen, die einen Spannungsunterschied zur ersten hat. Dann würde ein Strom proportional zu dieser Spannungsdifferenz fließen (Ohmsche Gesetz) und der Vogel unverzüglich gegrillt werden.

- Aufgabe E2: Bald ist Weihnachten. Wenn Sie sich Ihre elektrische Lichterkette ansehen, können Sie eine erstaunliche Entdeckung machen: Die Kette hat 20 Lampen, die für 12 V ausgelegt sind, hat aber keinen Trafo!
- a) Warum werden die Lämpchen nicht direkt zerstört, wenn die Kette ans Stromnetz angeschlossen wird?
- b) Jedes Lämpchen habe eine Leistung von 2 Watt. Wie hoch ist der Gesamtstrom, der bei 240V Netzspannung durch die Kette fließt?
- c) Was geschieht, wenn ein Lämpchen durchbrennt?
- d) Nun ist tatsächlich ein Lämpchen kaputt. Illegalerweise (Achtung, höchst gefährlich, bitte nicht nachahmen!!!) schließen Sie den Kontakt mit Alufolie kurz. Wie verhalten sich die anderen Lämpchen?

Lösung

- a) Die Lampen sind in Reihe geschaltet. Für eine Reihenschaltung von N Widerständen gilt allgemein für den Gesamtwiderstand:

$$R_{ges} = \sum_{i=1}^N R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

wobei die R_i die einzelnen Teilwiderstände sind. In unserem Fall seien alle Widerstände gleich groß, also gilt

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \dots + R_{20} = 20R_{Lämpchen}$$

Nach dem Ohm'schen Gesetz ist der Gesamtstrom

$$I = \frac{U_{ges}}{R_{ges}}$$

wobei U_{ges} die Gesamtspannung über alle Lämpchen, also 240 V, ist. Bei einer Reihenschaltung fließt durch alle Widerstände der gleiche Strom; über jedem Widerstand fällt lediglich folgende Spannung ab:

$$U_i = R_i I = \frac{R_i}{R_{ges}} U_{ges}$$

Die Einzelspannung, die über den Widerständen abfallen, addieren sich zu der Gesamtspannung U_{ges} .

In unserem Fall bedeutet das, dass der Gesamtstrom berechnet wird nach

$$I = \frac{U_{ges}}{R_{ges}} = \frac{U_{ges}}{R_1 + \dots + R_{20}} = \frac{U_{ges}}{20R_{Lämpchen}}$$

Damit ist die Spannung, die über jedem Lämpchen abfällt

$$U_{Lämpchen} = R_{Lämpchen} I = R_{Lämpchen} \frac{U_{ges}}{20R_{Lämpchen}} = \frac{U_{ges}}{20} = \frac{240V}{20} = 12V$$

Die gesamte Eingangsspannung verteilt sich also in einer Reihenschaltung von gleichen Widerständen gleichmäßig über die einzelnen Widerstände.

- b) Um den Gesamtstrom auszurechnen, muß der Widerstand der einzelnen Lämpchen berechnet werden. Gegeben sind die Leistung pro Lämpchen $P = 2\text{W}$ und die Eingangsspannung $U_{ges} = 240\text{V}$ sein. Für die elektrische Leistung gilt:

$$P = UI$$

Umstellen nach I ergibt

$$I = \frac{P}{U}$$

In einer Reihenschaltung fließen durch alle Widerstände der gleiche Strom. Mit dieser Gleichung kann nun der Strom berechnet werden, der in einem Lämpchen fließt:

$$I = \frac{P_{\text{Lämpchen}}}{U_{\text{Lämpchen}}} = \frac{2\text{W}}{12\text{V}} = 0,1667\text{A}$$

- c) Wenn ein Lämpchen durchbrennt, ist der Stromkreis unterbrochen, die gesamte Lichterkette geht aus. Viel Spass beim Suchen nach dem defekten Lämpchen ☺
- d) Wenn ein Lämpchen kurzgeschlossen wird, wird der Gesamtwiderstand der Lichterkette kleiner. Dieser beträgt dann nur noch

$$R'_{ges} = \sum_{i=1}^{19} R_{\text{Lämpchen}} = 19R_{\text{Lämpchen}}$$

Damit ist der Gesamtstrom, der fließt, höher; also fließt auch ein höherer Strom durch jedes Lämpchen, da bei Reihenschaltung der Strom überall gleich ist.

Im ‚heilen Fall‘ fielen über jedem Lämpchen 12V ab und es floß ein Strom von 0,1667A. Damit hat jedes Lämpchen den Widerstand

$$R_{\text{Lämpchen}} = \frac{U_{\text{Lämpchen}}}{I} = \frac{12\text{V}}{0,1667\text{A}} = 72\Omega$$

Dieser Widerstand pro Lämpchen bleibt natürlich konstant, aber der Gesamtwiderstand ändert sich zu

$$R'_{ges} = 19R_{\text{Lämpchen}} = 1368\Omega$$

Damit fließt nun ein Gesamtstrom von

$$I = \frac{U_{ges}}{R_{ges}} = \frac{240\text{V}}{1368\Omega} = 0,175\text{A}$$

Weiterhin ändert sich die Spannung für jedes Lämpchen: Die 240V verteilen sich nur noch auf 19 Widerstände, also fällt über jeden Lämpchen die folgende Spannung ab:

$$U'_{\text{Lämpchen}} = \frac{U_{ges}}{19} = \frac{240\text{V}}{19} = 12,63\text{V}$$

Die Leistung pro Lämpchen ist damit

$$P'_{\text{Lämpchen}} = U_{\text{Lämpchen}} I = 12,63\text{V} \times 0,175\text{A} = 2,21\text{W}$$

Die Gesamtleistung erhöht sich damit von 40W auf $P'_{\text{ges}} = 19P'_{\text{Lämpchen}} = 42\text{W}$. Sie werden allerdings nicht sehr lange Freude an der helleren Lichterkette haben, da die Lämpchen mit höherer Spannung und höherem Strom betrieben werden und sich damit die Lebensdauer ziemlich verkürzt.

Noch ein Hinweis: Die Spannung, die über einem Lämpchen der ‚heilen‘ Kette abfällt, ist 12V. Das bedeutet aber nicht, dass hier ungefährliche Spannungen anliegen: Diese 12V sind eine Spannungsdifferenz über dem Lämpchen. Für das erste Lämpchen, das an der Phase von der Steckdose angeschlossen ist (je nachdem, wiewum der Stecker drinsteckt), liegen damit auf der einen Seite 240V, auf der anderen $240\text{V} - 12\text{V} = 228\text{V}$ an! Das Lämpchen ‚sieht‘ zwar nur diese Spannungsdifferenz, aber wenn Sie anfassen, spüren Sie, da Sie auf Erdpotential sind, die volle Spannung von 240V bzw 228V!

Aufgabe E3: In den letzten Jahren wurde die Netzspannung von 220 V auf 240 V heraufgesetzt. Ist das prinzipiell mit einem finanziellen Gewinn für die Stromversorger verbunden? Begründen Sie Ihre Antwort mit Formeln.

Lösung: Die Leistung eines Gerätes (Einschränkung: ein Ohm'scher Widerstand, also Glühlampen, Heizungen, Herde usw) berechnet sich aus dem Produkt Strom mal Spannung, also

$$P = UI$$

Wird die Spannung erhöht, erhöht sich also auch die verbrauchte Leistung. Aber auch der Strom, der fließt, erhöht sich. Der Widerstand eines Gerätes ist ein Festwert; der fließende Strom lässt sich nach dem Ohm'schen Gesetz ausrechnen:

$$U = RI \Rightarrow I = \frac{U}{R}$$

Diese Stromerhöhung sorgt nochmals für eine Erhöhung der verbrauchten Leistung. Indem man das nach I aufgelöste Ohm'sche Gesetz in die Leistungsgleichung einsetzt, erhält man

$$P = UI = \frac{U^2}{R}$$

Die verbrauchte Energie (=Leistung mal Zeiteinheit), die sich das E-Werk als KWh bezahlen lässt, steigt also quadratisch mit der Spannung!

Stellen Sie sich eine Glühlampe mit 100W vor, die an 220 V betrieben wird. Der Widerstand ist nach obiger Gleichung

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220\text{V})^2}{100\text{W}} = 484\Omega$$

Wird diese Lampe nun mit 240 betrieben, ändert sich die Leistung ebenfalls nach obiger Gleichung zu

$$P' = \frac{U^2}{R} = \frac{(240\text{V})^2}{484\Omega} = 119\text{W}$$

Lassen Sie die Lampe eine Stunde bei 220V und bei 240V brennen, verbraucht sie jeweils die folgende Energie:

$$\text{An 220V: } E = Pt = 100\text{W} \times 1\text{h} = 0,1\text{KWh}$$

$$\text{An 240V: } E = Pt = 119\text{W} \times 1\text{h} = 0,119\text{KWh}$$

Damit erhöhen sich ihre Stromkosten um 19%. Das E-Werk verkauft Ihnen also mehr Strom durch eine Umstellung, weil sie mehr Leistung und damit Energie abnehmen.

Aufgabe E4: Ihr Auto habe eine vollgeladene Batterie mit einer Kapazität von 45 Ah bei 12V. Ihr Anlasser hat eine Leistung von 1,2 kW, für einen normalen Motorstart benötigen Sie 5 s.

- a) Wie hoch ist die Stromaufnahme des Anlassers?
b) Jetzt haben Sie vergessen, Ihr Abblendlicht (2x55W+30W für Rücklicht und Kennzeichenbeleuchtung) auszuschalten. Wie lange kann es brennen, dass Sie grade noch einen Startversuch haben?

Lösung

- a) Die Leistung ist definiert als

$$P = UI$$

Umstellen nach I ergibt

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1200\text{W}}{12\text{V}} = 100\text{A}$$

- b) Die Kapazität Q einer (vollen) Batterie ist definiert als das Produkt aus Strom und Zeitdauer, über den sie diesen Strom liefern kann. Physikalisch gesehen entspricht Q einer Ladung.

Für einen Start entnehmen Sie der Batterie Energie in Form von Strom, verringern also diese Ladung. Das Maß dafür ist das Produkt aus Strom mal Zeit. Für einen Start benötigen Sie also eine Ladung von

$$Q_{\text{Start}} = I_{\text{start}} t_{\text{Start}}$$

in unserem Fall also

$$Q_{\text{Start}} = 100\text{A} \times 5\text{s} = 100\text{A} \times \frac{5\text{s}}{3600\text{s}} \text{h} = 0,1388\text{Ah}$$

Wenn Sie Ihr Licht brennen lassen, verringern Sie ebenfalls die Ladung der Batterie, da Sie einen Strom entnehmen. Der Strom, der durch die Lampen fließt, lässt sich aus der Leistungsgleichung bestimmen:

$$P_{\text{Licht}} = UI_{\text{Licht}}$$

Umstellen nach I :

$$I_{\text{Licht}} = \frac{P_{\text{Licht}}}{U}$$

Die Kapazität, die sie der Batterie entnehmen, ist also Strom mal Zeit:

$$Q_{\text{Licht}} = I_{\text{Licht}} t_{\text{Licht}} = \frac{P_{\text{Licht}}}{U} t_{\text{Licht}}$$

Die Batterie habe die Kapazität Q_{ges} . Gefragt ist nach der Zeit, wie lange Sie das Licht brennenlassen dürfen, damit die Batterie grade noch die Ladung Q_{Start} für einen Startversuch enthält. Das heisst in Formeln ausgedrückt

$$Q_{\text{ges}} - Q_{\text{Licht}} = Q_{\text{Start}}$$

Eingesetzt ergibt sich

$$Q_{ges} - \frac{P_{Licht}}{U} t_{Licht} = I_{Start} t_{Start}$$

Aufgelöst nach t_{start} und Werte eingesetzt:

$$t_{Licht} = \frac{U}{P_{Licht}} (Q_{ges} - I_{Start} t_{Start}) = \frac{12V}{2 \times 55W + 30W} \left(45Ah - 100A \times \frac{5s}{3600s} h \right) = 3,84h$$

Achtung: als Zeiteinheit wurde mit Stunden gerechnet, nicht mit SI-Sekunden. Das ist zulässig, da alle Zeiten in der Gleichung in Stunden angegeben wurden. Sie können Ihr Licht also 3,84h=3 Stunden und 50 Minuten brennen lassen.

Dieser Wert ist natürlich nur ein theoretisch-physikalischer Wert. Nicht berücksichtigt wurde hierbei, dass die Spannung einer Batterie mit abnehmender Ladung ebenfalls abnimmt; die reale Zeit ist also kürzer.

- Aufgabe E5 Wenn Sie eine CD flach gegen eine Lichtquelle halten, sehen sie schöne Farben.
- a) Beschreiben Sie, wie die Farben zustande kommen.
- b) Welche grundlegende Eigenschaft des Lichtes könnten Sie damit beweisen?
- c) Warum funktioniert das nicht bzw. wesentlich schlechter mit einer Schallplatte, die doch auch Rillen hat? (um das Argument zu entkräften, dass eine Schallplatte ja schwarz ist, leihen Sie sich für diesen Versuch von einem befreundeten Popstar eine Platin-Schallplatte aus)

Lösung:

- a) Die Strukturen auf einer CD bestehen aus Vertiefungen, die in der Größenordnung der Wellenlänge des Lichts liegen (ca. $0,5 \mu\text{m}$). Licht wird nun von dem Boden der Vertiefungen und vom Rand reflektiert und hat damit einen Wegunterschied, der zur Interferenz führt.
- Normales weisses Licht besteht aus allen Wellenlängen des sichtbaren Bereiches, von ca. 400 nm bis 800 nm. Jeder Farbe ist eine Wellenlänge zugeordnet. Einige Wellenlängen werden nun konstruktiv interferieren, sich also verstärken, andere negativ und sich damit auslöschen, je nach Winkel zwischen Betrachter, CD und Lichtquelle. Dadurch entsteht ein farbiger Eindruck, da einige Farben verstärkt, andere ausgelöscht werden. Ändert man den Betrachtungswinkel, werden andere Farben ausgelöscht oder verstärkt, daher ändert sich der farbige Eindruck. Siehe dazu auch den Film ‚Interferenz‘ am Rechenzentrum der Uni Heidelberg (Link ‚Filme‘)
- b) Mit Interferenzerscheinung lässt sich der Wellencharakter von Licht beweisen. Der Teilchencharakter wird z.B. mit dem Photoeffekt bewiesen, bei dem Licht beim Auftreffen auf ein Metall einen Strom verursacht, da die Lichtteilchen (Photonen) ihre Energie auf die Elektronen übertragen (siehe z.B. wikipedia, Photoeffekt)
- c) Die Abstände der Rillen auf einer normalen LP sind wesentlich größer, dadurch geht der Interferenzeffekt verloren.

- Aufgabe E6 Warum sind bei einer Kirchenorgel die Pfeifen für die Bässe wesentlich länger als die Pfeifen für die hohen Töne?

Lösung: In einer Orgelpfeife entsteht eine stehende Schallwelle, das heisst, in die Pfeife ‚passt‘ genau eine Schwingung mit der Wellenlänge λ . Der Zusammenhang zwischen Wellenlänge λ , der Ausbreitungsgeschwindigkeit c und der Frequenz f ist

$$c = \lambda f$$

oder, nach der Wellenlänge λ aufgelöst:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schall ist in Luft $c \approx 330\text{m/s}$. Für den Kammerton a mit $f = 440\text{Hz}$ ergibt sich damit eine Wellenlänge von

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{330 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{440 \frac{1}{\text{s}}} = 0,75\text{m}$$

Der tiefste Ton einer Orgel ist das Subkontra-C mit 16,35 Hz, hier ergibt sich als Wellenlänge

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{330 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{16,35 \frac{1}{\text{s}}} = 20\text{m}$$

Für diese tiefen Töne wird eine andere Pfeifenbauart (offene Pfeife) benutzt, in der lediglich eine Halbe Welle ‚Platz‘ hat und sich die Pfeifenlänge auf ca. 10m reduziert.

Aufgabe E7

Ohren und Augen sind Sinnesorgane, die auf Wellen reagieren. Welche Welleneigenschaften (Amplitude, Wellenlänge, Frequenz) werden wie wahrgenommen?

Lösung

Augen: Frequenz: Farbe
 Amplitude: Helligkeit
Ohren: Frequenz: Tonhöhe
 Amplitude: Lautstärke

Die Wellenlänge ändert sich mit dem Medium, durch das die Welle hindurchgeht, dabei ist kein Unterschied in der Sinneswahrnehmung. Wenn Sie unter Wasser sehen und hören, verschieben sich nicht die Farben und Geräusche von aussen hören sich auch nicht anders an.