

1 Aufgaben Mechanik

Aufgabe ME1: Sie sitzen in Ihrem Auto (Länge 5m) und fahren mit 100 km/h. 20 m vor Ihnen fährt ein LKW (Länge 20 m) mit 80 km/h. Sie wollen den LKW überholen und 50 m vor ihm wieder einscheren. Wie lange brauchen Sie?

Lösung: Die Gesamtlänge, die Sie zurücklegen müssen, beträgt die Länge Ihres Autos, der Distanz der Lasters vor Ihnen, der Länge des Lasters und der Distanz, die Sie vor dem Laster wieder einscheren wollen, also

$$s = 5\text{m} + 20\text{m} + 20\text{m} + 50\text{m} = 95\text{m}$$

Für die Geschwindigkeit gilt:

$$v = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$$

Ihre Geschwindigkeit zum LKW ist $100 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5,56 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Damit ergibt sich:

$$t = \frac{95\text{m}}{5,56 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 17,1\text{s}$$

Aufgabe ME2: Sie fliegen in einem Flugzeug in 2000 m Höhe. Unglücklicherweise fallen Sie heraus.

- In welcher Zeit kommen Sie am Boden an? (Vernachlässigen Sie den Luftwiderstand)
- Welche Geschwindigkeit haben Sie beim Aufprall?
- Welche Energie haben Sie beim Aufprall, wenn Sie eine Masse von 75 kg haben?
- Zum Glück wird Ihr Aufprall von einer Monsterfeder abgebremst, die eine Federkonstante von 29430 N/m hat. Wie weit drückt sich diese zusammen?
- Der Pilot hat bemerkt, dass er Sie verloren hat und sieht, dass Ihr Rucksack noch im Flugzeug liegt. Er wendet in einer große Schleife und überfliegt das Gebiet, in dem Sie sind, auf einer Graden mit einer Geschwindigkeit von 180 km/h in noch immer 2000m Höhe. Er will den Rucksack so abwerfen, dass er Sie genau trifft. Wie viel Meter vor Erreichen Ihres Ortes muß er den Rucksack abwerfen?

Lösungen

- Der Weg, den Sie bei einer beschleunigten Bewegung wie dem Fall in einem Schwerfeld zurücklegen, ist

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

mit der Erdbeschleunigung $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Umgestellt nach der Zeit t ergibt das

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

Setzen Sie die Zahlwerte ein, erhalten Sie $t=20,2$ s.

- b) Die Geschwindigkeit bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung wie dem freien Fall berechnet sich zu

$$v = gt .$$

Mit dem Wert von g und der in a) berechneten Zeit ergibt sich

$$v = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 20.2 \text{s} = 198.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- c) Die kinetische Energie ist definiert als

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

S

setzen Sie die Zahlenwerte ein, erhalten Sie 1,47 MJ.

- d) Die Energie, die in einer Feder gespeichert wird, wird beschrieben durch

$$E = \frac{1}{2}Ds^2$$

wobei D die Federkonstante ist und s die Strecke, um die die Feder eingedrückt wird. Die Energie, die Sie beim Aufprall haben, kennen Sie ja bereits aus Teilaufgabe b). Stellen Sie also die Formel nach s um, erhalten Sie

$$s = \sqrt{\frac{2E}{D}}$$

Zahlenwerte eingesetzt ergibt sich $s = 10\text{m}$. Die Feder wird also durch Ihre Energie um 10m zusammengedrückt.

- e) In Aufgabe a) haben Sie berechnet, dass Sie 20,2s fallen. In dieser Zeit legt das Flugzeug einen Weg von

$s = vt$ zurück. Die Geschwindigkeit beträgt 180 km/h, also 50 m/s. In Ihrer Fallzeit hat das Flugzeug also $s = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 20.2 \text{s} = 1010\text{m}$ zurückgelegt. Wenn der Pilot Ihren Rucksack aus dem Flugzeug wirft, behält dieser (ohne Reibung) seine horizontale Geschwindigkeit. Auch der Rucksack ist in 20,2s auf dem Boden. Der Pilot muß ihn also 1010m vor Ihnen abwerfen, damit er sie auf den Kopf trifft.

Aufgabe ME3: Ihr Auto hat genau eine Leistung von 100 kW und wiegt 1 Tonne.

- a) In welcher Zeit kann es auf 100 km/h beschleunigen, wenn Sie 60% der Motorleistung auf die Straße bringen?
- b) Angenommen, die Leistung des Motors bleibe über die zunehmende Geschwindigkeit konstant. Skizzieren Sie den Verlauf der Geschwindigkeit beim Beschleunigen.

- c) Benzin hat einen Brennwert von 47 MJ/kg und eine Dichte von 0,75 g/cm³. Wie viel Benzin kostet Sie ein solcher Beschleunigungstest?
- d) Angenommen, sie fahren mit einer konstanten Geschwindigkeit von 100 km/h weiter und verbrauchen dabei 8 Liter Benzin auf 100 km. Wie groß ist die gesamte Reibungskraft (absolut und im Verhältnis zur Gewichtskraft des Autos).
- e) Welche Kräfte wirken einzeln und in Summe, wenn das Auto beschleunigt und wenn es mit konstanter Geschwindigkeit fährt?

Lösungen:

- a) Leistung ist definiert als Arbeit pro Zeit, also

$$P = \frac{A}{t}$$

Wenn das Auto mit 100 km/h=27,78 m/s fahren soll, hat es eine kinetische Energie von

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

Diese Energie muß also als Arbeit aufgewendet worden sein, um das Auto zu beschleunigen. Damit ergibt sich eingesetzt und nach t umgestellt:

$$P = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{t} \Rightarrow t = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{P}$$

Setzen Sie die Werte ein und berücksichtigen Sie, dass die Leistung, die zur Beschleunigung dient, nur 60kW ist, ergibt sich eine Zeit von $t = 6.4s$.

- b) Stellen Sie die Endformel aus Aufgabe a) nach v um, erhalten Sie

$$v(t) = \sqrt{\frac{Pt}{\frac{1}{2}m}}$$

Dabei bedeutet $v(t)$, dass die Geschwindigkeit v eine Funktion der Zeit t ist – das Auto wird ja immer schneller. Die Zeit steht allerdings unter einer Wurzel, die Zunahme der Geschwindigkeit wird also immer geringer. Diesen Effekt kennen Sie von Ihrem Auto, es beschleunigt von 0 km/h auf 20 km/h wesentlich stärker als von 120 km/h auf 140 km/h, obwohl die Geschwindigkeitsdifferenz in beiden Fällen die selbe ist.

- c) Für alle Dreisatzfans: Ein Kilogramm Benzin ergibt ein Energie 47MJ. Ein Liter Benzin hast damit bei einer Dichte von 0,75 g/cm³ = 0.75 kg/l einen Brennwert von 35,25 MJ. Da das Auto lediglich 60% davon in Bewegungsenergie umsetzt, ergeben sich 21,15 MJ pro Liter Benzin.

Das Auto benötigt, um auf 100 km/h beschleunigt zu werden eine Energie von

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1000\text{kg} \times (27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 0,386\text{MJ}$$

Nun der Dreisatz: Es werden also ca. 18ml Benzin benötigt.

- d) In Teilaufgabe c) hatten wir berechnet, dass ein Liter Benzin einer Bewegungsenergie von 21.15 MJ entspricht. Da die Energie von 8 Litern Benzin

innerhalb von 1 Stunde entsprechend 3600 s umgesetzt wird, ergibt das eine Durchschnittsleistung von

$$P = \frac{8 \times 21,15 \text{ MJ}}{3600 \text{ s}} = 47 \text{ kW}$$

Für die Leistung gilt aber (siehe oben)

$$P = \frac{E}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$$

mit $E = Fs$ und $v = \frac{s}{t}$

Die Leistung bewirkt also eine Kraft bei einer Geschwindigkeit. Da das Auto nicht beschleunigt, muß diese Kraft der Reibungskraft sein, da nach Newton 1 nur dann keine Beschleunigung auftritt, wenn keine Gesamtkraft wirkt. Umgestellt nach F ergibt sich

$$F = \frac{P}{v} = \frac{47 \text{ kW}}{27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1692 \text{ N}$$

Aufgabe ME4: An einem Kran hängt ein Körper mit der Masse 100 kg. Der Kran zieht nun mit einer Kraft von 10000N nach oben. Wie hoch ist die Beschleunigung, die der Körper erfährt und in welche Richtung bewegt er sich?

Lösung: Auf den Körper wirken zwei Kräfte. Nach unten wirkt die Schwerkraft:

$$F_u = mg$$

Nach oben wirken als F_o sie 10000N. Insgesamt wirkt auf den Körper am Kran die resultierende Kraft F_r :

$$F_r = F_o - F_u$$

Achtung, Vorzeichen: Ist $F_r > 0$, so wird der Körper nach oben gezogen! Diese resultierende Kraft F_r bewirkt nach Newton eine Beschleunigung des Körpers. Auch hier gilt: ist die Beschleunigung positiv, wird der Körper nach oben gezogen, ist sie negativ, wird er nach unten bewegt, ist sie null, bewegt er sich nicht.

$$\text{Es gilt also } F_r = am \Rightarrow a = \frac{F_r}{m} = \frac{F_o - F_u}{m} = \frac{F_o - mg}{m} = \frac{F_o}{m} - g$$

Einsetzen der Werte liefert $a = 90,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Der Wert ist positiv, also wird der Körper (massiv) nach oben gezogen.

Aufgabe ME5: Sie steigen in 20 m Höhe in einen Aufzug. Der Korb mit Ihnen hat eine Masse von 500 kg und hat ein Gegengewicht mit der Masse von 400 kg. Natürlich versagen die Bremsen und der Fahrstuhl stürzt ab.

a) Wie lange benötigen Sie bis zum Aufprall?

b) Welche Geschwindigkeit haben Sie beim Aufprall?

Lösung:

a) Die Schwerkraft wirkt sowohl auf den Fahrkorb mit der Masse m_1 als auch auf das Gegengewicht mit der Masse m_2 . Über die Umlenkrolle wirkt die Schwerkraft auf das Gegengewicht beim Fahrkorb nach oben. Insgesamt ergibt sich als resultierende Kraft auf den Fahrkorb:

$$F_{res} = F_1 - F_2 = m_1 g - m_2 g = (m_1 - m_2) g$$

Mit dieser resultierenden Kraft müssen beide Massen beschleunigt werden:

$$F_{res} = F_1 - F_2 = g(m_1 - m_2) = a(m_1 + m_2)$$

Die Beschleunigung a ergibt sich also zu

$$a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

Eingesetzt ergibt sich für die Beschleunigung ein Wert von

$$a = 1,09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Jetzt kennen wir die Beschleunigung und den Weg. Also können wir über den Ausdruck

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \text{m}}{1,09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 6,06 \text{s}$$

b) Wiederum gilt der Zusammenhang für eine beschleunigte Bewegung

$$v = a t$$

Die Beschleunigung a und die Zeit t wurden bereits a) berechnet. Also ergibt sich

$$v = 1,09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 6,06 \text{s} = 6,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aufgabe ME6: 4,5 m³ einer Flüssigkeit ($\rho = 0,80 \text{ kg/dm}^3$) sollen von einer Pumpe mit dem Wirkungsgrad $\eta = 92 \%$ in einer Zeit von 8 min über eine Höhendifferenz von 5,80 m gefördert werden. Welche Leistung P (in kW) muss der Pumpe zugeführt werden? (Hinweis: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

Lösung: Hier besteht die Hauptaufgabe in der Interpretation des Textes. Die Leistung ist wiederum definiert als Arbeit pro Zeit, die Arbeit ist dabei die Hubarbeit mgh :

$$P = \frac{A}{t} = \frac{mgh}{t}$$

Die Masse, die gepumpt wird, ist (Achtung, SI-Einheiten!)

$$m = \rho V = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 4,5 \text{m}^3 = 3600 \text{kg}$$

Eingesetzt ergibt sich

$$P = \frac{3600\text{kg} \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 5,8\text{m}}{8 \times 60\text{s}} = 426,7\text{W}$$

Diese Leistung muß die Pumpe abgeben, sie entspricht also 92% aufgrund des Wirkungsgrades. Die Pumpe muß also eine Leistung von 463,8W zugeführt werden.

Aufgabe ME7: Wieviele SI-Basiseinheiten gibt es? Beschreiben sie von mindestens 3 Einheiten, wie sie definiert sind.

Lösung: Siehe Unterricht

Aufgabe ME8: Was verstehen Sie unter Energieerhaltung? Nennen Sie drei Beispiele und stellen Sie die entsprechenden Formeln auf.

Lösung: Siehe Unterricht

Aufgabe ME9: Ist Leistung auch eine Erhaltungsgröße?

Lösung: Nein.