A.1.2. Komplexe Folgen

Wozu braucht man Kenntnisse über komplexe Folgen?

- Sie haben im 1. Semester gelernt, dass die Menge $\mathbb{C}$ bezüglich des Lösens von Gleichungen bessere Eigenschaften hat als $\mathbb{R}$. Oft nutzt man diese komfortableren Möglichkeiten selbst dann aus, wenn es eigentlich um das Lösen reeller Probleme geht.
- Ebenso kann man komplexe Folgen und auch Funktionen beim Arbeiten mit reellen Folgen und Funktionen Gewinn bringend einsetzen. Wir werden dies vor allem im Zusammenhang mit den trigonometrischen Funktionen tun.

A.1.2.1. Komplexe Folgen

Eine komplexe Funktion $z:\mathbb{N}\to\mathbb{C}$ heißt **komplexe Folge**.
Schreibweisen:

- Statt $z(n)$ schreibt man z_n für alle $n\in\mathbb{N}$.
- Statt $z:\mathbb{N}\to\mathbb{C}$ schreibt man $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ oder kurz (z_n).

Jede komplexe Zahl hat die Form $z=a+i\cdot b$ mit $a,b\in\mathbb{R}$, ist also durch zwei reelle Zahlen eindeutig bestimmt. Entsprechend ist jede Folge (z_n) durch die reellen Folgen $(a_n)=(\operatorname{Re} z_n)$ und $(b_n)=(\operatorname{Im} z_n)$ eindeutig beschrieben. Dies nutzt man aus, um die Konvergenz komplexer Folgen durch Zurückführen auf die Konvergenz reeller Folgen zu erklären:

A.1.2.2. Konvergenz komplexer Folgen

(z_n) sei eine komplexe Folge, $(a_n)=(\operatorname{Re} z_n)$, $(b_n)=(\operatorname{Im} z_n)$.

1. (z_n) ist genau dann **konvergent**, wenn (a_n) <u>und</u> (b_n) konvergent sind.
2. Im Konvergenzfall setzt man $\lim\limits_{n\to\infty} z_n=\lim\limits_{n\to\infty} a_n+i\cdot\lim\limits_{n\to\infty} b_n$.

$\boxed{\to \text{ Aufgabe 70}}$